Guide pédagogique pour VMT
à l'intention des enseignants et enseignantes

Été 2018

Équipe TACT, Université Laval

Table des matières

Introduction

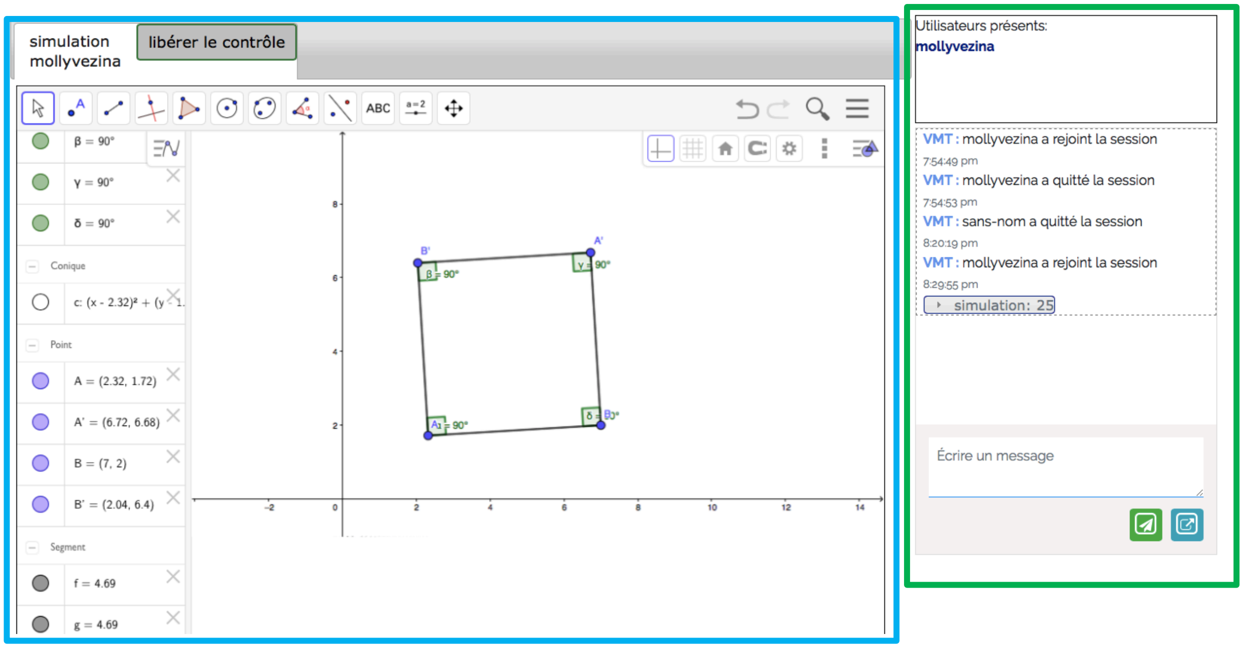


Figure 1 : Dans l'encadré bleu, la fenêtre de géométrie dynamique GeoGebra et dans l'encadré vert, la fenêtre de clavardage.

Ce guide pédagogique accompagne la plateforme Virtual Math Teams (VMT).

VMT est une plateforme collaborative pour l'apprentissage des mathématiques au secondaire. La plateforme favorise la résolution de problèmes en collaboration en combinant une fenêtre de géométrie dynamique (GeoGebra) et une fenêtre de clavardage.

La plateforme VMT a été développée à l'origine dans le cadre d'un programme de recherche mené par Gerry Stahl et son équipe de l'Université Drexel à Philadelphie. La plus récente version de VMT est, quant à elle, soutenue par le Nartional Council of Teachers of Mathematics (NCTM) qui est associé à MathForum depuis juillet 2015. L'équipe TACT de l'Université Laval est pour sa part chargée du développement ainsi que de l'adaptation de sa version française avec le soutien financier du Ministère de l'Éducation du Québec.

Intérêt d'une application collaborative en mathématiques

La résolution de problème, la collaboration (ou la coopération dans certains cadres de définition), la communication et l'usage des TIC sont des compétences identifiées par plusieurs instances nationales et internationales comme compétences nécessaires au 21e siècle.

La résolution de problème en collaboration est une compétence essentielle et nécessaire en éducation et dans le monde du travail. [...] La résolution de problèmes en collaboration possède des avantages clairs par rapport à la résolution de problèmes individuelle, car elle permet :

- une division du travail efficace,
- une intégration d'information provenant de multiples sources de
- connaissances, de perspectives et d'expériences
- une augmentation de la créativité et la qualité des solutions proposées, car celles-ci sont encouragées par les idées de tous les membres du groupe[1].

L'épreuve internationale du Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA, acronyme de Program for International Student Assessment en anglais), administrée aux jeunes de 15 ans dans plus de 60 pays en 2012, inclut des situations de clavardage à des fins de résolution de problèmes en collaboration avec des élèves personnifiés par l'ordinateur.

[1] PISA 2015. 2013. *Draft Collaborative Problem Solving Framework*. OCDE. https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Collaborative%20Problem%20Solvin g%20Framework%20.pdf

Ancrage pédagogique

L'application VMT, employée dans un contexte de résolution de problèmes en collaboration, permet de mobiliser plusieurs actions pédagogiques qui peuvent influencer positivement l'apprentissage. En effet, le travail en collaboration permettrait de dépasser les difficultés individuelles des élèves, permettant ainsi à chacun de mieux s'approprier les découvertes réalisées par le groupe. De nombreuses recherches reliées à ces approches pédagogiques sont regroupées sous la dénomination Computer-supported collaborative learning (CSCL) dont l'application VMT fait partie.

Pour certains chercheurs (Stahl, 2006), ce type d'application se prête particulièrement bien à la résolution de problèmes authentiques et complexes par ses fonctionnalités favorisant la communication écrite et la communication mathématique sous plusieurs modes de représentation.

Cette communication est au cœur de la collaboration qui permet la négociation de sens et la construction de savoirs. Le côté profondément social de l'apprentissage est promu par la communication et la collaboration.

L'élève est actif dans son apprentissage et, avec les autres membres de son équipe, responsable de ses propres apprentissages et de ceux des autres élèves de l'équipe. L'élève acquiert, en parallèle, des compétences disciplinaires bien ancrées et des compétences transversales. Il apprend, entre autres, à communiquer et à collaborer de façon appropriée tout en développant ces stratégies et habiletés en résolution de problèmes.

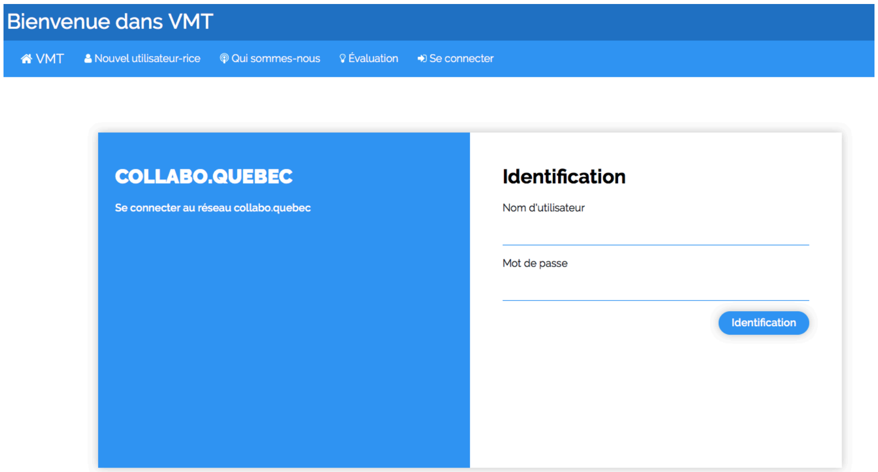
L'enseignant joue le rôle de guide. Il fournit l'aide nécessaire aux élèves, aux équipes. Il aide l'élève à étayer sa réflexion en interaction avec ses coéquipiers. La pratique réflexive favorisée par l'interaction des membres des équipes peut être favorisée davantage par une participation au processus d'évaluation. Les objets GeoGebra créés sur l'application peuvent être réinvestis dans une activité englobante, que ce soit, un portfolio, un wiki, un document ou encore un projet.

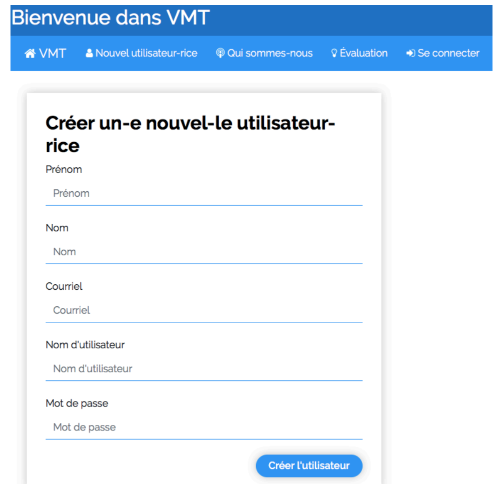
VMT et GeoGebra possèdent des outils permettant de contribuer à l'apprentissage des trois champs du contenu de formation, soit l'arithmétique et l'algèbre, la probabilité et la statistique, ainsi que la géométrie. L'application permet d'aborder plusieurs compétences transversales ainsi que les compétences disciplinaires : résoudre une situation-problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique (MEES, 2006).

Fonctionnement

Informations de base

La plateforme VMT permet de créer une multitude de salles de travail et d'assigner à chacune d'entre elles une équipe de travail. Les salles de travail se composent d'une fenêtre de géométrie dynamique GeoGebra jumelée à une fenêtre de clavardage. La plateforme est accessible à l'adresse suivante : vmtcollabo.ca.

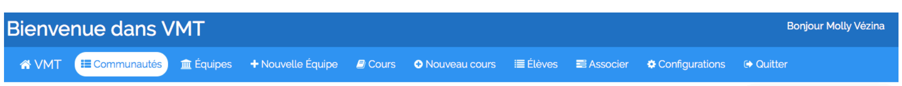




Lorsqu'un élève ou un enseignant arrive sur la plateforme, on lui demande d'abord de s'identifier. Un enseignant ne possédant pas d'identifiant peut s'en créer un en cliquant sur l'onglet « Nouvel utilisateur ». Il doit alors remplir quelques champs pour compléter son inscription. L'enseignant, une fois connecté, peut ensuite ajouter des élèves et les assigner à une équipe.

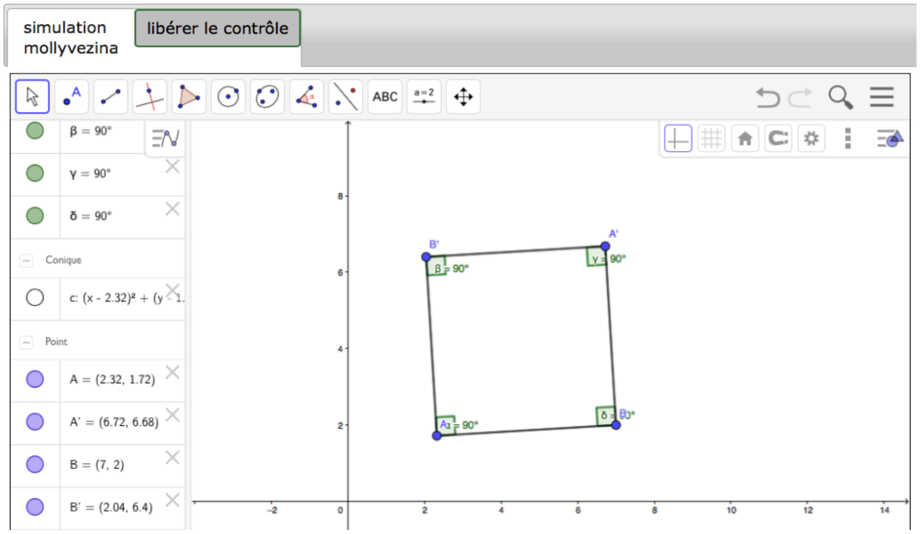
Menu de l'élève

Menu de l'enseignant



Une fois connecté, l'élève peut accéder à ses équipes de travail en cliquant sur l'onglet « Équipes ». L'enseignant peut également créer un cours pour y regrouper toutes ses équipes avec la fonction « Associer ». L'élève peut alors y accéder en passant par l'onglet « cours » et en choisissant son équipe. Il est également possible de créer de nouvelles équipes de travail en cliquant sur l'onglet « Nouvelle équipe ». Il suffit alors de lui donner un nom et d'ajouter le nombre d'onglets souhaités. À l'intérieur d'une salle de travail, les onglets réfèrent aux fenêtres de géométrie dynamique.

Fenêtre de géométrie dynamique (GeoGebra)



La fenêtre de géométrie dynamique GeoGebra intégrée à la salle de travail possède les mêmes fonctions que l'application du même nom. Elle est simple d'utilisation et propose une variété d'outils mathématiques pour réaliser un grand nombre de constructions et de preuves mathématiques. Pour les utilisateurs qui n'ont pas l'habitude de travailler avec GeoGebra, il existe de nombreux didacticiels[2] portant sur l'apprentissage des fonctionnalités de ce logiciel. De plus, les utilisateurs de GeoGebra offrent plein de ressources sur le site dédié au logiciel[3].

Onglets

Les salles de travail permettent de regrouper plus d'une fenêtre de géométrie dynamique au même endroit. Ainsi, lorsqu'une activité consiste à réaliser plusieurs tâches, les onglets permettent de naviguer entre chaque fenêtre de géométrie dynamique correspondant aux différentes tâches effectuées. Pour se déplacer d'une fenêtre à l'autre, il suffit de cliquer sur les onglets dans le haut de la fenêtre.

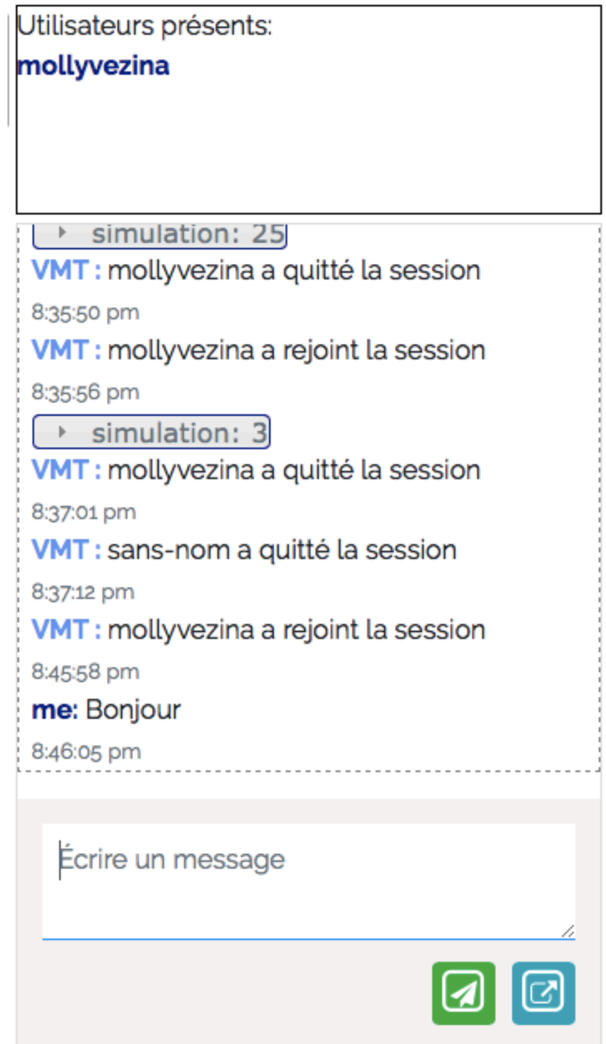
Prise de contrôle

Un seul élève à la fois peut effectuer des modifications dans la fenêtre GeoGebra, toutefois les autres membres de l'équipe peuvent suivre les modifications en temps réel sur leur propre écran. Pour effectuer des modifications, un élève doit donc d'abord cliquer sur le bouton « prendre le contrôle » situé dans l'onglet, ce qui bloque alors l'accès aux autres membres de l'équipe et ce, jusqu'à ce que l'élève ait libéré le contrôle. L'intérêt d'avoir une zone de clavardage prend alors tout son sens, puisque les élèves doivent pouvoir communiquer entre eux afin d'organiser le travail.

---

[2] http://www.geogebra.org/manual/fr/Tutoriels
[3] https://www.geogebra.org/?lang=fr

Fenêtre de clavardage



La fenêtre de clavardage oblige les élèves à utiliser le langage mathématique afin qu'ils réussissent à se comprendre et ce, même s'ils ne sont pas dans la même pièce. Les activités réalisées à l'aide de VMT permettent donc aux élèves de développer la troisième compétence en mathématique, soit *Communiquer à l'aide du langage mathématique* (MEES, 2006). Les élèves s'habituent ainsi à utiliser les bons mots pour décrire, expliquer et même débattre certains concepts mathématiques.

La fenêtre de clavardage permet aux élèves d'organiser le travail et de s'échanger le contrôle des fenêtres de géométrie dynamique. Dans l'encadré supérieur, l'élève peut voir le nom des autres utilisateurs présents dans la salle. De plus, les entrées et sorties ainsi que les actions de chaque individu sont enregistrées à même la boîte de dialogue. Il est donc possible de savoir qui était présent dans la salle de travail, à quel moment et ce que la personne a fait.

Pour communiquer avec un collaborateur, il suffit d'écrire un message dans l'encadré du bas et de cliquer sur l'icône vert « » ou appuyer sur la touche « entrer » pour l'envoyer. Il est également possible de faire référence à un message qui remonte plus loin dans la conversation. Pour se faire, il faut d'abord écrire son message. Ensuite, on doit cliquer sur l'icône bleu « » et aller sélectionner, à l'aide de la souris, le message auquel on veut faire référence. Lorsqu'un message fait référence à un autre, un drapeau apparaît alors à côté de celui-ci dans la boîte de dialogue. Il suffit de passer la souris sur le drapeau pour voir le message de référence apparaître.

Exemple d'activités

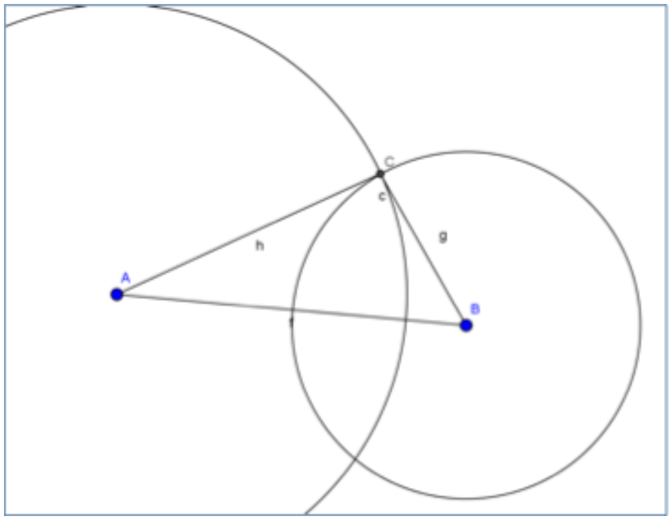
Voici trois activités où les élèves sont placés en situation de collaboration.

La première activité, une activité de découverte, leur permet de saisir une technique simple : repérer l'intersection de deux cercles pour construire une figure géométrique. Cette technique est ancrée dans le réel. Elle est utilisée en construction, en menuiserie, en arpentage... Le travail d'équipe devrait permettre aux élèves de découvrir par eux-mêmes la technique.

La seconde activité, une activité d'expérimentation, peut être menée à plusieurs niveaux. Dans un premier temps, par essais erreurs, les élèves travaillant en équipe ont à trouver l'aire maximale du triangle, soit la moitié de l'aire du rectangle, et à réaliser que cela ne dépend que de la maximisation du produit : $base \times hauteur$. Dans une troisième étape, la situation peut être étendue au parallélépipède ou à d'autres quadrilatères.

La troisième activité est un problème authentique, un problème ancré dans le réel, pour lequel il n'y a pas de solution claire et définitive. Les élèves en travaillant en collaboration arrivent à se rendre compte ensemble que plusieurs facteurs sont en jeu et que plusieurs solutions sont possibles. Ce problème peut être différencié à l'infini. Les coûts des différentes solutions peuvent être considérés, des euristiques de résolution peuvent être créées, des approximations utilisées pour simplifier les calculs... Une comparaison entre les euristiques de solutions trouvées par les élèves et la réalité des solutions réelles pourrait être féconde pour confronter les modèles à la réalité.

Activité de découverte



Buts de l'activité : Construction d'un triangle selon la longueur de ses côtés. Découvrir en équipe la construction d'un triangle en trouvant les points d'intersection de cercles. Cette technique est utilisée dans la vie réelle en arpentage et en construction. Chaque fois que l'on veut vérifier la perpendicularité des angles d'une construction, on utilise cette technique.

Modalités : À l'aide de VMT, en équipe collaborative de 3 ou 4 élèves

Niveau : dès le secondaire 1

Savoirs essentiels : Cercle, rayon, triangle, longueur, intersection, reconnaître et construire des segments et des droites remarquables : rayon (Sec 1 →, Sec 2 *, Sec 3, 4 et 5)[4]
Reconnaitre des figures isométriques ou semblables (Sec 1 →, Sec 2 *, Sec 3, 4 et 5)

Contextualisation : Ancrer la situation dans le réel en créant un lien avec une situation connue des élèves. Par exemple, construction d'une maison. Les mesures des trois côtés du pignon sont données sur un plan et il faut tracer ce pignon sur le matériel choisi. Impliquer les élèves dans la contextualisation permet une appropriation plus grande. Il est possible de contextualiser selon les intérêts des élèves.

Adaptation et différentiation : Pour diminuer la difficulté de l'activité, il est possible de limiter le nombre d'outils disponibles dans la fenêtre GeoGebra. Par exemple, à la limite, ne laisser que le segment de longueur fixe et variable, le cercle de rayon fixe et l'intersection. Les élèves n'utilisant que les segments de longueurs fixes dans un premier temps devraient constater sa rotation et cela devrait suggérer l'utilisation des cercles.

---

[4] → : L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant.
* : L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire.

Adaptation pour d'autres niveaux : Utilisation du concept d'accroissement pour : calculer la distance entre deux points (théorème de Pythagore) (Sec 3 →, Sec 4 *, Sec 5)

Tracer les lignes d'un terrain de sport pourrait être une adaptation profitable du problème ou un prolongement de celui-ci. La difficulté de créer un terrain de sport rectangulaire et de centrer ce terrain est patente. Grâce au théorème de Pythagore, les élèves peuvent calculer les diagonales des rectangles, sinon les mesures peuvent être données ou bien mesurées. Faire le plan d'un lieu de son environnement est une autre situation pouvant soutenir cette situation.

Suites de l'activité : Les deux points créés par l'intersection des cercles permettent de tracer deux triangles qui ne sont pas superposables, de chiralité différente, semblable, mais non superposable.

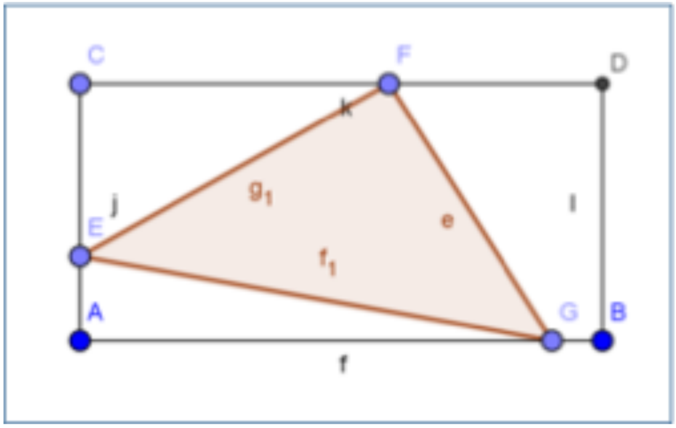
Reconnaitre ou construire des inégalités et des inéquations (Sec 3 *, Sec 4 et 5)

Concept de permutation (Sec 3, TS Sec 4 et CST Sec 5)
L'inégalité triangulaire pourrait être abordée lors de la construction d'un triangle « impossible » (par exemple : 10 cm, 4 cm et 5 cm). Les trois inégalités nécessaires permettent d'aborder les permutations. Compréhension de l'inégalité triangulaire : le détour est plus long que le chemin direct ($a + b > c$).

Formule de Héron (CST Sec 4 *, CST Sec 5 et application SN TS Sec 4 et 5)

La formule de Héron peut être abordée dans ce contexte : la racine carrée d'un nombre négatif identifie un triangle impossible (c.-à-d. : sans aire réelle). Le lien entre la formule de Héron et l'inégalité triangulaire peut permettre des manipulations algébriques intéressantes.

Activité d'expérimentation



Buts de l'activité : Construction du triangle d'aire maximale inscrit dans un rectangle. Découvrir en équipe collaborative une interprétation de la formule de l'aire d'un triangle ($Aire_{triangle} = \frac{Aire_{rectangle}}{2}$)

Modalités : À l'aide de VMT, en équipe collaborative de 3 ou 4 élèves

Niveau : Sec 4 ou 5.

Savoirs essentiels : Parallèles, perpendiculaires, rectangle, triangle, aire, hauteur, base

Développement de la compétence *Résoudre une situation-problème* : « Celles qui font intervenir une planification ou des éléments tels que la longueur, l'aire, le volume ou l'espace résiduel constituent d'autres occasions de recourir à l'optimisation. » (CST Sec 5)

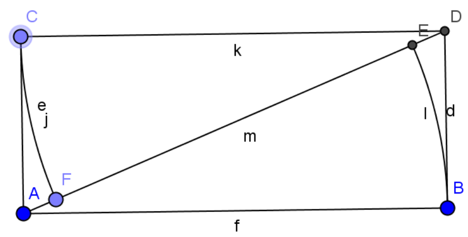
« – une optimisation impliquant des figures » (TS Sec 4 et 5)

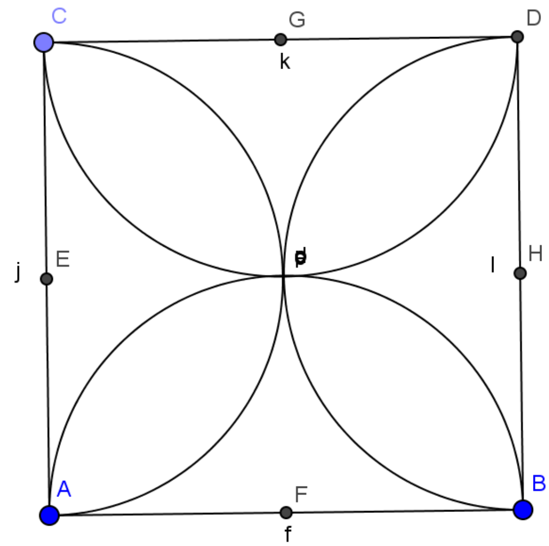
Contextualisation : Ancrer la situation dans le réel en créant un lien avec le monde réel. Par exemple, construction d'une maison miniature. La construction d'un pignon d'aire maximale (permettant le volume maximum). Situation d'optimisation. La solution cherchée doit être multiple.

Adaptation et différentiation : Il s'agit d'une situation d'expérimentation simple qui conduit à la découverte d'un invariant, ici la hauteur.

Suites de l'activité : La base choisie a-t-elle une influence sur le résultat ? Qu'en est-il lorsque le rectangle est remplacé par un parallélogramme ? (Généralisation $Aire_{triangle} = \frac{Aire_{parallélogramme}}{2}$). Par un quadrilatère quelconque ?

Problème authentique





Buts de l’activité : Concevoir un système d’arrosage d’un terrain[5]. Discuter en groupe des conditions initiales du problème, discuter des conditions du problème, par exemple, minimiser l’aire non arrosée, ainsi que l’aire doublement (et plus) arrosée...

Modalités : À l’aide de VMT, en équipe collaborative de 3 ou 4 élèves

Niveau : Second cycle du secondaire, Sec 4 et 5

Savoirs essentiels : Secteur, cercle, intersection, aire, approximation, optimisation, pavage
Au premier cycle l’élève a appris à calculer l’aire de disques et de secteurs.

Développement de la compétence *Résoudre une situation-problème* : « Celles qui font intervenir une planification ou des éléments tels que la longueur, l’aire, le volume ou l’espace résiduel constituent d’autres occasions de recourir à l’optimisation. » (CST Sec 5)

« – une optimisation impliquant des figures » (TS Sec 4 et 5)

Contextualisation : Ancrer la situation dans le réel en créant un lien avec le monde réel. Cette situation peut être modifiée en pensant plutôt à l’éclairage d’une salle. Ou encore, il est possible de la modifier en la voyant comme une situation dans laquelle des animaux sont mis au champ.

---

[5] Idée originale tirée de *Authentic Modelling Problems in Mathematics Education*—Examples and Experiences (Kaiser & Schwarz, 2010)

Ils peuvent brouter l’herbe selon la longueur de leur longe. L’aire accessible à chaque animal et la non-intersection sont alors primordiales.

Adaptation et différentiation : La taille du terrain, sa forme et la portée du jet des gicleurs peuvent servir à différentier la situation. L’aire de l’intersection de deux cercles peut être calculée au deuxième cycle du secondaire (aire d’un secteur de disque moins aire d’un triangle par la formule de Héron (CST Sec 4, application SN TS Sec 4 et 5). Une approximation peut être obtenue par l’utilisation de polygone plutôt que de cercle.

Suites de l’activité : Pavage du plan, solution réaliste et solution possible. Comparer les recherches et résultats avec de véritables plans d’arrosage automatique (recherche internet).
Utilisation d’une formule existante.